ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

# Semana 02
# Geometría

# INTENSIVO UNI 2020


Rigoberta Menchú
*líder indígena*

Lumbreras Editores

# Congruencia de triángulos

## Práctica dirigida

**1.** En un triángulo $ABC$, se traza la altura $BH$ y se observa que $H \in \overline{AC}$; además, $AB=2AH-BH$ y $BC=3BH-HC$. Calcule $\dfrac{3AH+HC}{4BH+AH}$.

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 0,3

**2.** En un triángulo $ABC$, $P$ es un punto de $\overline{AC}$ de modo que $m\measuredangle PBC=36°$, $m\measuredangle BAC=72°$ y $AB=PC$. Calcule la medida del ángulo $BCA$.

A) 18° B) 70° C) 36°
D) 12° E) 16°



**3.** Se sabe que $P$ es un punto de la región exterior relativa a $\overline{BC}$ de un triángulo $ABC$. Si $m\measuredangle BAP=\alpha$, $m\measuredangle PAC=\beta$, $m\measuredangle ABC=m\measuredangle ACB=-2\beta+\alpha$ y $m\measuredangle APC=\beta+\alpha$, calcule $AP$ conociendo además que $BC=16$ y $CP=12$.

A) 14 B) 12 C) 28
D) 17 E) 44

**4.** $D$ es un punto de la región exterior relativa al lado $\overline{AC}$ de un triángulo $ABC$. Si $AB=DC$ y

$$\frac{m\measuredangle CAD}{2}=\frac{m\measuredangle ACB}{3}=\frac{m\measuredangle ABC}{6}=\frac{m\measuredangle ADC}{9}$$

calcule $m\measuredangle CAD$.

A) 15° B) 30° C) 10°
D) 12° E) 18°

**5.** Se sabe que $D$ es un punto de la región exterior relativa al lado $\overline{AC}$ de un triángulo $ABC$, donde $m\measuredangle ACB=2m\measuredangle DAC=2m\measuredangle DCA$, $m\measuredangle BAC=90°-3m\measuredangle ACD$. Si $AD=BC$, calcule $m\measuredangle DAC$.

A) 20° B) 15° C) 18°
D) 12° E) 16°

**6.** Se sabe que $\overline{BH}$ es altura de un triángulo rectángulo isósceles $ABC$, de base $\overline{AC}$, además, $P$ y $Q$ son puntos simétricos respecto de $\overline{BH}$ y en la región interior del triángulo $ABC$. Si $m\measuredangle ABP=m\measuredangle BHQ=m\measuredangle QCH=\theta$, calcule el valor de $\theta$.

A) $\dfrac{37°}{2}$ B) $\dfrac{53°}{2}$ C) 30°
D) 15° E) 14°

**7.** Si $D$ es punto de la región exterior relativa al lado $\overline{AC}$ de un triángulo $ABC$, de modo que $AB=CD$; $m\measuredangle ABC=70°$, $m\measuredangle DAC=40°$ y $m\measuredangle BAC+m\measuredangle ADC=180°$, calcule $m\measuredangle ACB$.

A) 30° B) 40° C) 50°
D) 20° E) 10°

**8.** Se tiene un cuadrilátero $ABCD$, donde $m\measuredangle DAB=m\measuredangle DCB=90°$ y $m\measuredangle ADC=120°$. Se trata la bisectriz $\overrightarrow{DE}$ del ángulo $ADC$, $\overline{DE}$ es secante a $\overline{BC}$, de manera que $m\measuredangle DEB=90°$. Calcule el mínimo valor entero de $BC/AE$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**9.** Dado un triángulo $ABC$, $M$ es punto medio de $\overline{AC}$, los triángulos $AHB$ y $BLC$ son exteriores al triángulo, rectos en $H$ y en $L$ respectivamente. Si $m\measuredangle HAB=m\measuredangle BCL=\theta$, calcule $m\measuredangle HML$.

A) $\theta$ B) $2\theta$ C) $45°+\theta$
D) $45°-\theta$ E) $90°-\theta$

**10.** Sean $M$ y $D$ puntos ubicados en los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ de un triángulo $ABC$. Si $AD=MB$, $AM=CB$, $m\sphericalangle CAB=20°$ y $m\sphericalangle ABC=60°$, calcule $m\sphericalangle ADM$.

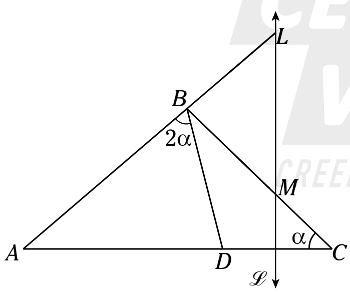
A) 20° B) 30° C) 10°
D) 15° E) 45°

## Práctica domiciliaria

**1.** En un triángulo rectángulo $ABC$, recto en $B$, $m\sphericalangle BAC=75°$ y $AC=8$, halle la longitud de la bisectriz interior $\overline{BD}$.

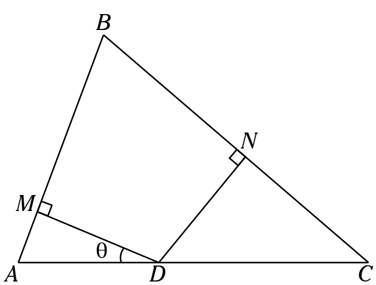
A) 2 B) 1 C) $\sqrt{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

**2.** En el gráfico mostrado, $\overline{AB}$ es bisectriz exterior del $\triangle BCD$, y $\mathscr{L}$ mediatriz de $CD$. Si $BM=a$ y $MC=b$, halle $AL$.




A) $a+b$ B) $2a+b$ C) $a+2b$
D) $2(a+b)$ E) $\sqrt{a^2+b^2}$

**3.** Si $AB=BD=CD$ y $MD=DN$, halle $\theta$.




A) 14° B) 15° C) 16°
D) 18° E) 20°

**4.** En un triángulo $ABC$, se traza la mediana $\overline{AM}$. En el triángulo $ABM$, se traza la altura $BH$ ($H\in\overline{AM}$). Si $AB=2(HM)$ y $m\sphericalangle MAC=\alpha$, calcule la medida del ángulo $ABH$.

A) $\alpha$ B) $2\alpha$ C) $90°-\alpha$
D) $90°-2\alpha$ E) $90°-3\alpha$

**5.** En un triángulo equilátero $ABC$, se trazan la altura $\overline{BH}$ y la ceviana $\overline{CN}$, las cuales se interseca en $P$. Si $AN=NP$, halle $m\sphericalangle BCP$.

A) 15° B) 20° C) 30°
D) 35° E) 40°

**6.** En un triángulo rectángulo $ABC$, recto en $B$, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$. En el triángulo $BCD$, $\overline{BM}$ es una bisectriz interior ($M$ es punto medio de $\overline{AC}$). Halle $m\sphericalangle ABD$ si $m\sphericalangle ACB=2(m\sphericalangle ABD)$.

A) 7° B) 8° C) 9°
D) 16° E) 18°

**7.** En un triángulo rectángulo $ABC$, recto en $B$, $AB=4$ y $BC=6$, además, la mediatriz de la mediana $\overline{CM}$ interseca a $\overline{BC}$ en $D$. Halle $MD$.

A) 3 B) 4 C) 5/2
D) 8/3 E) 10/3

**8.** En un triángulo $ABC$, se traza la mediana $\overline{BM}$, tal que $m\sphericalangle BAM=\frac{53°}{2}$ y $m\sphericalangle BCM=\frac{37°}{2}$. Halle $m\sphericalangle MBC$.

A) 30° B) 37° C) 53°
D) 45° E) $\frac{37°}{2}$

**9.** Se tiene un triángulo acutángulo *ABC*, en el cual se traza la altura $\overline{BH}$ (*H* en $\overline{AC}$). Si $AH=2$, $m\sphericalangle BCA=2m\sphericalangle BAC=2\theta$, halle $\theta$ si se sabe que $\overline{BH}$ es entero.

A) 30° B) 60° C) 37°
D) 53° E) $\frac{53°}{2}$

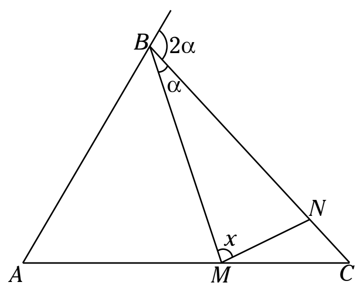
**10.** En un triángulo *ABC* se trazan las cevianas interiores $\overline{BN}$ y $\overline{CM}$, tal que $m\sphericalangle BMC=m\sphericalangle BNC=60°$. En las prolongaciones de $\overline{NB}$ y $\overline{MC}$, se ubican los puntos *P* y *T*. Si $AP=6$ cm, $PB=AC$ y $AB=CT$, calcule *PT*.

A) 3 cm B) $3\sqrt{3}$ cm C) 6 cm
D) $6\sqrt{3}$ cm E) 12 cm

**11.** En un triángulo *ABC* ($AB=BC$), se ubica el punto *D* en la región exterior relativa al lado *BC*, de modo que $AD=AC$; $m\sphericalangle BDA=90°$; $BD=5$ y $m\sphericalangle ABC=2m\sphericalangle BAD$. Calcule la distancia del vértice *C* a $\overline{AD}$.

A) 2,5 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**12.** Según el gráfico, $AB=BN$ y $AM=MC$. Calcule *x*.




A) 80° B) 81° C) 90°
D) 100° E) 105°

**13.** En un triángulo *ABC*, $m\sphericalangle ABC=60°$ y $m\sphericalangle ACB=15°$, además, *M* es punto medio de $\overline{AC}$. Halle $m\sphericalangle AMB$.

A) 30° B) 37° C) 45°
D) $\frac{37°}{2}$ E) $\frac{53°}{2}$

**14.** En un triángulo *ABC*, se ubican los puntos *N* y *M* en $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, respectivamente. Luego se trazan las mediatrices de $\overline{AN}$ y $\overline{NM}$ intersecando a $\overline{BA}$ y $\overline{CN}$ en los puntos *P* y *Q*, respectivamente. Si $AQ=QC$, $m\sphericalangle BAC=2m\sphericalangle MNQ$, $PQ=11$, $AP=6$ y *NQ* toma su máximo valor entero, calcule *PB*.

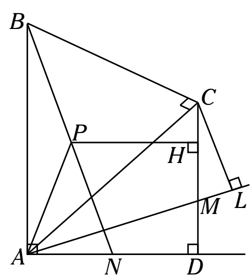
A) 22 B) 12 C) 17
D) 14 E) 18



**15.** En un triángulo *ABC*, se ubica el punto exterior *P* relativo a $\overline{BC}$, tal que *BPC* es un triángulo equilátero. Luego se traza la altura $\overline{CH}$ ($H\in\overline{AB}$). Si $m\sphericalangle ACH=30°$ y $CH=8$ u, calcule la distancia del punto medio de $\overline{AP}$ hacia $\overline{AC}$.

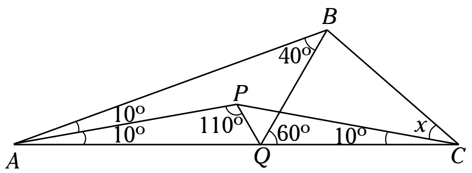
A) 2 u B) 4 u C) 8 u
D) $2\sqrt{2}$ u E) $4\sqrt{2}$ u

**16.** En el gráfico mostrado, $AN=ND$, $DM=MH$, $DC=CB$ y $HP=AP$. Si $AD=6$, calcule *CL*.




A) 3 B) 2 C) 6
D) 8 E) 12

**17.** En el gráfico mostrado, calcule $x$.




A) 60° B) 50° C) 40°
D) 20° E) 30°

**18.** En un triángulo $ABC$, m$\sphericalangle ABC=90°$, $\overline{AP}$ y $\overline{AH}$ trisecan al ángulo $BAC$; además, $\overline{CQ}$ y $\overline{CH}$ trisecan al ángulo $BCA$. Calcule m$\sphericalangle QHP$.

A) 30° B) 60° C) 45°
D) 15° E) 120°

**19.** Se tiene un triángulo equilátero $ABC$, $C'$ está en la prolongación de $\overline{AB}$, $A'$ está en la prolongación de $\overline{BC}$ y $B'$ está en $\overline{AC}$. Si $A'B'C'D'$ es un cuadrado, calcule el máximo valor entero de la medida del ángulo $AC'B'$.

A) 16° B) 15° C) 14°
D) 10° E) 8°

**20.** En un triángulo $ABC$, $P$ es un punto de su región interior ubicado de manera que $AB=PC$ y m$\sphericalangle BAP=54°$, m$\sphericalangle PAC=18°$ y m$\sphericalangle PCA=12°$. Calcule m$\sphericalangle PBC$.

A) 18° B) 36° C) 30°
D) 9° E) 12°



CLAVES

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 01-E | 03-D | 05-E | 07-E | 09-E | 11-E | 13-E | 15-B | 17-E | 19-C |
| 02-B | 04-D | 06-E | 08-D | 10-C | 12-C | 14-B | 16-C | 18-B | 20-C |

CLAVES

ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

CREEMOS EN LA EXIGENCIA